

# VLSI 互连线频变 $K$ 参数和频变电抗的有效提取算法

曾 珊, 喻文健, 张梦生, 洪先龙, 王泽毅

(清华大学计算机科学与技术系, 北京 100084)

**摘 要:** 在 GHz 以上高频集成电路中, 必须考虑互连线的电感寄生效应, 以便对电路性能进行准确的分析和验证.  $K$  参数矩阵(部分电感矩阵的逆)由于其较好的局部化特性, 被广泛接受并应用于对互连电感效应进行建模. 但多数已有文献未考虑高频效应或效率不高. 本文提出一种新的三维频变  $K$  参数提取算法, 通过与窗口技术相结合、以及窗口内线性方程组的有效求解, 该算法具有较高的计算效率, 同时, 在此基础上, 通过少量额外运算还可得出频变电抗. 数值实验表明, 该算法可处理复杂的互连结构, 并且在保持较高准确度的情况下, 其速度比电感提取软件 FastHenry 快几十至几百倍.

**关键词:** 电感提取;  $K$  参数; 高频; VLSI

**中图分类号:** TN47      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2007) 11-2072-06

## Efficient Extraction of the Frequency-Dependent $K$ Element and Resistance of VLSI Interconnects

ZENG Shan, YU Wen-jian, ZHANG Meng-sheng, HONG Xian-long, WANG Ze-yi

(Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084 China)

**Abstract:** In the integrated circuits with frequency above several GHz, parasitic inductive effect has extremely influenced the circuit performance. Therefore, efficient algorithms are required to extract the frequency-dependent parameters which capture the inductive effect. The recently proposed  $K$  element (inverse of the partial inductance) has a good localization property, and has been widely accepted for the modeling of parasitic inductance. However, most previous works on reluctance extraction did not take high frequency effect into account and were not efficient enough for 3-D complex structure. In this paper, a set of algorithms are proposed to extract the frequency-dependent  $K$  element and resistance of 3D interconnects. With a windowing technique, a direct  $K$  extraction algorithm, and improvements on solving equations within the window, the proposed method is able to handle complex interconnect structures very efficiently. Compared with FastHenry, the presented method has a speedup ratio from several tens to several hundreds, while preserving good accuracy.

**Key words:** inductance extraction;  $K$  element; high frequency; VLSI

### 1 引言

超大规模集成电路正朝向超深亚微米甚至纳米制造工艺发展, 同时工作频率已达到了数 GHz. 随着特征尺寸的减小、信号频率的提高, 以及铜工艺、low- $k$  介质等减小互连电阻电容措施的采用, 片上互连电感寄生效应日益突出, 尤其对电源地线、时钟网络和全局总线结构的性能影响重大<sup>[1]</sup>.

片上电感效应分析的难点主要是: 电感是针对电流回路的参数, 但在利用电感参数对电路进行准确分析之前无法确定电流回路. 为此, Ruehli 提出了著名的 PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) 电路分析模型<sup>[2]</sup>, 其中

引入假设回路在无限远处闭合的部分电感概念, 从而可用部分电感对导体段建模、然后分析整个电路. 但是在 PEEC 模型中, 由于任意两导体的部分电感回路都有重叠, 最终得到的部分电感矩阵将是稠密矩阵. 这在计算效率上对大规模电路结构的电感提取和电路模拟带来了极大的挑战. 因此, 部分电感矩阵的稀疏化方法是近几年的研究热点.

由于与电容矩阵的性质不同, 直接舍弃部分电感矩阵中的一些小的耦合项将使矩阵丧失正定性, 从而导致电路模拟时的不稳定<sup>[3]</sup>. 2000 年, 文献[4]提出了一种新的  $K$  参数(部分电感的逆), 用于对互连电感效应建模.  $K$  参数矩阵具有类似于电容的局部性, 因此便于稀疏

收稿日期: 2006-09-15; 修回日期: 2007-08-09

基金项目: 国家自然科学基金(No. 90407004); 清华信息科学与技术国家实验室基础研究基金

化以及进行稳定的电路模拟. 文献[5]分析了  $K$  参数矩阵的局部化性质和稳定性, 并提出可处理  $K$  参数的电路模拟算法 KSim. 文献[9]针对二维分布的互连线结构, 提出了一种窗口选择算法, 以及有效的  $K$  参数提取和 RKC 电路模拟方法. 文献[6]进一步完善了  $K$  参数矩阵具有局部性和稳定性的理论证明.

$K$  参数方法已成为分析互连电感效应的重要手段, 受到广泛关注. 但是, 现有的工作中大多数未考虑高频效应, 频变  $K$  参数的有效提取还值得进一步研究. 文献[7]阐明了考虑高频效应的重要性, 并提出了一种频变  $K$  参数的提取算法. 但该算法需多次计算矩阵求逆或求解方程组, 效率不高. 文[8]对  $K$  参数的局部性原理加以推广, 提出高频下复数导纳矩阵(阻抗矩阵的逆)也具有局部性的假设, 从而得到一种有效的频变电感电阻提取算法, 但该假设在理论上存在一定的近似.

本文直接根据  $K$  参数的定义提出一种新的、考虑高频效应的  $K$  参数提取算法, 该算法采用文献[8]提出的三维窗口技术, 可处理片上、封装中的各种复杂互连结构. 由于该算法本身具有的特点, 以及有效的窗口内线性方程组求解技术, 该算法具有较高的计算效率. 在此基础上, 本文还提出一种计算高频下互连电阻的方法, 它仅增加很少的额外计算量. 数值实验表明, 对于几个典型的片上和封装互连结构, 本文提出的频变  $K$  参数和电阻提取算法比 MIT 的著名软件原型 FastHenry<sup>[10]</sup>快几十甚至几百倍, 同时保持了较高的计算精度.

## 2 $K$ 参数方法和高频效应的考虑

### 2.1 $K$ 参数提取方法

对于一个部分电感矩阵  $L$ ,  $K$  参数矩阵为  $L$  矩阵的逆<sup>[4]</sup>:

$$K = L^{-1} \quad (1)$$

大量研究表明,  $K$  矩阵具有与电容矩阵类似的局部性, 将  $K$  矩阵中数值很小的元素近似为零(进行稀疏化)对计算精度影响不大, 也不会造成电路模拟的不稳定<sup>[5,6]</sup>.

由于  $K$  参数与电容类似, 可忽略相隔较远、或受屏蔽的两导体间的耦合  $K$  参数, 文献[4~6,9,12]都采用了包含如下步骤的  $K$  参数提取方法:

(a) 对每段导体  $i$ , 将它、以及与其相距较近(相互作用较强)的少量导体组成一个窗口  $W_i$ .

(b) 计算窗口  $W_i$  内所有导体的部分电感矩阵  $L_i$ , 然后以它为系数矩阵求解一次方程组得到导体  $i$  与窗口  $W_i$  内各导体的耦合  $K$  参数, 导体  $i$  与窗口外导体间的  $K$  参数视为零.

(c) 对所有导体执行步骤(a), (b), 将这些耦合  $K$  值组成一个稀疏的整体  $K$  参数矩阵.

得到稀疏的  $K$  矩阵后, 可以采用相应的处理 RKC 参数的电路模拟算法直接进行电路模拟<sup>[5,9]</sup>. 或者, 也可将整体  $K$  矩阵求逆得到部分电感矩阵<sup>[12]</sup>, 再进行电路模拟.

### 2.2 窗口选择算法

如何选择适当的耦合窗口  $W_i$  影响着最终  $K$  参数矩阵的精度和整体计算效率. 较大的窗口可以得到精度较高的结果, 但会使计算时间急剧增加; 较小的窗口虽然使计算速度提高, 但计算精度又会受到影响. 文献[9]利用屏蔽效应, 提出了一种窗口选择算法, 但它只能处理简单的导体二维排列. 在此基础上, 文献[8]提出了一种可以处理三维复杂导体分布的窗口选择算法, 该算法同时考虑了屏蔽效应和导体间距.

选择导体窗口的工作, 实际就是确定一些与当前导体(常被称为“主导体”)耦合紧密的导体. 文献[8]的方法为每根导体定义了它与主导体的耦合级别(级别越低, 耦合作用越强). 在指定一个最大耦合级别后, 那些小于最大耦合级别的导体以及主导体自身, 就构成了一个导体窗口. 对于一般的三维互连线分布, 上述过程是对导体在  $XOY$ 、 $YOZ$  和  $ZOX$  三个坐标平面上的投影分别进行操作的. 在每个坐标平面上, 先将投影按两个方向排序形成两个队列. 然后在每个队列中, 将导体投影依次设为主导体, 根据屏蔽的层次和间距确定其他导体投影与它的耦合级别. 在对六个队列执行完上述操作后, 两个导体投影的耦合级别的最小值将成为它们最终的耦合级别. 本文即采用该方法确定导体窗口.

### 2.3 高频效应的考虑

在高频情况下, 由于趋肤效应和邻近效应, 导体横截面上电流分布不均匀. 为考虑高频效应, 需将导体横截面离散, 得到一系列沿电流方向的导体细丝(filament). 并且, 考虑到导体表面电流密度较大, 导体细丝的粗细是不同的. 图1为导体划分为细丝结构的示意图. 导体细丝的实际划分数目以及方式, 主要取决于频率和结构特点. 在磁准静态假设(MQS)下, 可认为电流均沿着导体细丝的长度方向流动, 并且每根细丝内电流分布均匀.

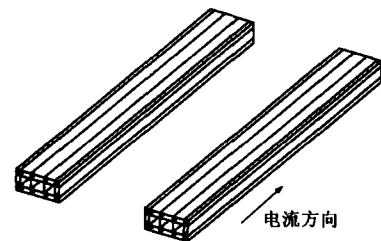


图1 两根平行导体, 各被划分为  $5 \times 3$  的不均匀细丝

文献[7]提出了一种考虑高频效应的  $K$  参数提取算法, 它的主要步骤是:

(1) 对每个导体  $i$ , 将它和与其相距较近(相互作用

较强)的少量导体组成一个窗口  $W_i$ .

(2)对于每个窗口  $W_i$ :

(a)将窗口内所有导体划分细丝,计算细丝间的部分电感和细丝电阻.

(b)依次设窗口内每根导体为主导体(其两端电压设为 1V,而其他导体电压设为 0V),求解相应的细丝电路方程组得到细丝电流,进而得到导体电流分布.

(c)各种主导体设置对应的导体电流分布可组成一个窗口内导体导纳矩阵  $Y_i$ ,对该矩阵求逆后即得窗口内导体阻抗矩阵  $Z_i$ .

(d)根据  $Z_i = R + j\omega L_i$ ,可得到窗口内导体部分电感矩阵  $L_i$ .

(e)由于  $K$  矩阵为  $L_i^{-1}$ ,求解一次以  $L_i$  为系数矩阵的线性方程组可得到导体  $i$  与窗口内其他导体的耦合  $K$  参数.

(3)对所有导体执行步骤(1)、(2),这些耦合  $K$  值即组成一个稀疏的整体  $K$  参数矩阵.

设一个窗口内导体数目为  $n$ ,划分细丝后细丝总数为  $m$ ,下面分析上述算法第 2 步的计算量.步骤(b)是对一个  $m \times m$  的复系数方程组求解  $n$  个右端项,其运算量等同于对一个  $2m \times 2m$  阶的实系数方程组求解  $n$  个右端项;步骤(c)为对一个  $n \times n$  的复数矩阵求逆;步骤(e)为求解一次  $n \times n$  的实系数方程组.由于细丝数目  $m$  往往比导体数  $n$  大得多,上述几个步骤中(b)的计算量占主导地位.此外,步骤(b)需设置  $n$  次导体偏压并求解相应方程,而在(e)步只得到一系列耦合  $K$  参数,因此设置偏压的次数有再减小的余地.

本文提出一种新的  $K$  参数直接提取算法,用于窗口内耦合  $K$  参数的提取.下一节将对此算法作详细描述.

### 3 窗口内频变 $K$ 参数的有效提取

#### 3.1 $K$ 参数的直接提取方法

考虑一个含有  $n$  根导体的系统,设各导体电流组成的向量为  $I$ ,各导体两端电压组成的向量为  $V$ ,则在磁准静态假设下它们满足下面的复数方程:

$$(R + j\omega L)I = V \quad (2)$$

其中  $I, V \in C^n$  为复数向量,  $R, L \in R^{n \times n}$ ,分别是系统的电阻矩阵和部分电感矩阵.  $\omega$  为电流和电压信号的角频率,  $j$  为虚数单位.结合式(1)中  $K$  矩阵的定义,我们得到:

$$j\omega I = K(V - RI) \quad (3)$$

如果能设法使向量  $V - RI$  的第  $i$  个分量为  $j\omega$ ,其余分量为 0,那么相应的导体电流向量  $I$  将等于  $K$  的第  $i$  列,即得到导体  $i$  与其余导体之间的  $K$  参数.设  $e_i$  为除第  $i$  个分量为 1 外,其余分量均为 0 的  $n$  维向量,则计算  $K$

参数就转变为在

$$V - RI = j\omega e_i \quad (4)$$

的前提下,求各导体上的电流值.

为考虑高频效应,需将导体沿电流方向细分为若干细丝,假设细丝内部电流均匀.设  $n$  根导体离散后形成  $m$  根细丝,我们用  $\hat{I}, \hat{V} \in C^m$  分别表示细丝电流向量和细丝电压向量.对第  $i$  根细丝,其两端电压满足下面的关系式:

$$\hat{R}_i \hat{I}_i + j\omega \sum_{k=1}^m \hat{L}_{ik} \hat{I}_k = \hat{V}_i \quad (5)$$

其中  $\hat{R}_i$  和  $\hat{L}_{ik}$  分别为细丝  $i$  的电阻和细丝  $i, k$  之间的电感.由于细丝内电流均匀分布,  $\hat{R}_i$  可由直导体的直流电阻公式计算,而:

$$\hat{L}_{ik} = \frac{\mu_0}{4\pi a_i a_k} \int_{V_i} \int_{V_k} \frac{l_i \cdot l_k}{\|r_i - r_k\|} dV_k dV_i \quad (6)$$

其中,  $V_i$  和  $V_k$  是细丝  $i$  和  $k$  的体积,  $a_i$  和  $a_k$  是细丝截面积,向量  $l_i$  和  $l_k$  是电流方向单位向量,  $r_i$  和  $r_k$  分别是细丝  $i$  和细丝  $k$  内任意点的矢量.对每个细丝列方程(5),所有这些方程可合并为矩阵形式的方程:

$$(\hat{R} + j\omega \hat{L})\hat{I} = \hat{V} \quad (7)$$

其中,  $\hat{R}, \hat{L} \in R^{m \times m}$ ,分别为细丝电阻矩阵(实对角矩阵)和细丝电感矩阵.

我们定义网孔矩阵为  $M \in R^{n \times m}$ :

$$M_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{细丝 } k \text{ 属于导体 } i \\ 0, & \text{其他情况} \end{cases}$$

则导体电流和电压,与细丝电流和电压的关系为:

$$I = M\hat{I}, V = M^T \hat{V} \quad (8)$$

下面我们讨论在满足方程(4)的条件下,如何构造方程解出各导体上的电流  $I$ .首先,因为  $K$  矩阵是实数矩阵,则根据(3)和(4)可知,导体电流  $I$  也为实数向量,再根据公式(8),可得下述方程:

$$I_{im} = M \cdot \hat{I}_{im} = 0 \quad (9)$$

其中  $\hat{I}_{im} \in R^m$ ,为  $\hat{I}$  的虚部.

将细丝电流、电压向量写成实部和虚部相加的形式:  $\hat{I} = \hat{I}_{re} + j\hat{I}_{im}$ ,  $\hat{V} = \hat{V}_{re} + j\hat{V}_{im}$ ,然后带入公式(7),我们得到:

$$\hat{R}\hat{I}_{re} - \omega \hat{L}\hat{I}_{im} = \hat{V}_{re} \quad (10)$$

$$\hat{R}\hat{I}_{im} + \omega \hat{L}\hat{I}_{re} = \hat{V}_{im} \quad (11)$$

再考察公式(4),由于  $R, I$  分别为实矩阵和实向量,那么  $V$  向量的虚部一定满足:

$$V_{im} = \omega e_i \quad (12)$$

应用公式(8),再将(12)带入,方程(10),(11)变为:

$$\hat{R}\hat{I}_{re} - \omega \hat{L}\hat{I}_{im} = M^T V_{re} \quad (13)$$

$$\hat{R}\hat{I}_{im} + \omega \hat{L}\hat{I}_{re} = M^T \omega e_i \quad (14)$$

联立方程(9),(13),(14),共得到  $n + 2m$  个实数方

程, 而未知量  $\hat{I}_{re}, \hat{I}_{im}, V_{re}$  也恰好为  $n + 2m$  个实数. 求解这个线性方程组, 得到  $\hat{I}_{re}, \hat{I}_{im}$ , 然后根据  $I = \hat{M}\hat{I}$  算出各导体上电流, 从而得到导体  $i$  与其他导体间的  $K$  参数.

### 3.2 算法效率的提高

将方程(9), (13), (14)合并写成矩阵形式,

$$\begin{bmatrix} \hat{R} & -\omega\hat{L} & -M^T \\ \omega\hat{L} & \hat{R} & 0 \\ 0 & M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{re} \\ \hat{I}_{im} \\ V_{re} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega M^T e_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

由于导体电流  $I$  为实数向量, 而导体电流为其所有细丝电流之和, 我们实际上没有必要求解  $\hat{I}_{im}$ . 下面我们设法从方程(15)中消除变量  $\hat{I}_{im}$ , 从而减少方程维度, 提高效率.

由方程(15)中的第二组方程可得:

$$\hat{I}_{im} = \omega\hat{R}^{-1}M^T e_i - \omega\hat{R}^{-1}\hat{L}\hat{I}_{re} \quad (16)$$

将式(16)代入式(15)中的第一和第三组方程, 得到:

$$(1 + (\omega\hat{R}^{-1}\hat{L})^2)\hat{I}_{re} - \hat{R}^{-1}M^T V_{re} = \omega^2\hat{R}^{-1}\hat{L}\hat{R}^{-1}M^T e_i \quad (17)$$

$$M\hat{R}^{-1}\hat{L}\hat{I}_{re} = M\hat{R}^{-1}M^T e_i \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{1}$ 代表单位矩阵. 将(17)和(18)联立, 我们得到  $n + m$  维的矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} + (\omega\hat{R}^{-1}\hat{L})^2 & -\hat{R}^{-1}M^T \\ M\hat{R}^{-1}\hat{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{re} \\ V_{re} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^2\hat{R}^{-1}\hat{L}\hat{R}^{-1}M^T e_i \\ M\hat{R}^{-1}M^T e_i \end{bmatrix} \quad (19)$$

由于细丝电阻矩阵  $\hat{R}$  为对角阵, 方程(19)中  $\hat{R}^{-1}$  很容易算出. 另外,  $M$  矩阵是很有规律的稀疏矩阵, 利用这些特点可以有效地减少压缩方程规模所需的计算时间. 这样, 需求解的线性方程组维数减为  $n + m$ , 并且只需求解方程一次即可得到需要的耦合  $K$  参数. 对比文献[7]提出的算法和 2.3 节的分析, 可以看出上述方法有更高的计算效率.

$n$  和  $m$  分别为窗口内导体和细丝的数目, 通常  $n + m$  的值不会很大, 采用基于 LU 分解的方程直接解法即可. 但对某些耦合作用较强的结构, 为保证计算精度, 对某些导体的窗口其对应  $n + m$  的值可能达到几百, 需考虑更有效的方程求解技术. GMRES 算法是求解非对称线性方程组的有效迭代解法<sup>[11]</sup>, 但直接使用 GMRES 求解方程组(19), 迭代收敛速度慢且可能不收敛. 究其原因, 我们发现方程(19)中第一组方程的系数  $\mathbf{1} + (\omega\hat{R}^{-1}\hat{L})^2$  的值大约为 1 和 10 之间, 而第二组方程的系数  $\omega\hat{R}^{-1}\hat{L}$ , 其数量级却在  $10^{-11}$  到  $10^{-9}$  之间. 这种矩阵系数间巨大的数量级差别导致了 GMRES 算法收敛的不稳定. 为解决此问题, 我们将第二组方程中的系数放大  $\omega$  倍(对于考虑的问题,  $\omega \sim 10^{10}$ ), 所求解的方程变为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} + (\omega\hat{R}^{-1}\hat{L})^2 & -\hat{R}^{-1}M^T \\ \omega M\hat{R}^{-1}\hat{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{re} \\ V_{re} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^2\hat{R}^{-1}\hat{L}\hat{R}^{-1}M^T e_i \\ \omega M\hat{R}^{-1}M^T e_i \end{bmatrix} \quad (20)$$

实验结果表明, 采用此措施大大改善了待求解方程系数矩阵的条件数, 采用 GMRES 算法求解的迭代步数明显减少, 且变得非常稳定. 在实际的程序中, 我们根据每个窗口内待求解方程规模的大小, 自动选择 LU 分解算法和上述进行了系数矩阵放缩的 GMRES 算法求解.

## 4 频变 $K$ 参数和频变电阻的提取

在高频情况下, 互连电阻的值也将随频率变化. 下面我们分析如何在提取出  $K$  参数的基础上计算频变互连电阻.

考虑整个含有  $N$  根导体的系统, 导体  $i$  上的电压和导体电流满足下述关系:

$$V_i = \sum_{k=1}^N R_{ik} I_k + j\omega \sum_{k=1}^N L_{ik} I_k \quad (21)$$

在 3.1 节所讨论的物理条件下(考虑导体  $i$  的窗口), 导体电流向量  $I$  等于  $K$  矩阵的一列, 因此导体电流均为实数, 式(21)可转化为:

$$\text{Re}(V_i) = \sum_{k=1}^N R_{ik} I_k \quad (22)$$

只要频率不是非常高, 导体之间的互电阻  $R_{ik}$  ( $i \neq k$ ) 便可近似认为是零, 即使不为零其值也比  $R_{ii}$  小好几个数量级. 因此, 可将式(22)近似简化得到(同时考虑到  $I_i$  的值会比  $I_k$  ( $k \neq i$ ) 大得多):

$$R_{ii} \approx \text{Re}(V_i) / I_i \quad (23)$$

其中  $\text{Re}(V_i)$  和  $I_i$  分别为解导体  $i$  窗口中方程(19)而得到的导体  $i$  电压的实部和导体  $i$  的电流. 这样, 我们在  $K$  参数提取的基础上只用非常小的代价便可求得导体电阻.

整个频变  $K$  参数和电阻的提取算法可总结为如下的计算流程:

(1) 初始化全局矩阵  $k_{\text{asym}} = 0$ .

(2) 对每个导体  $i$ , 采用 2.2 节介绍的算法形成导体窗口  $W_i$ .

(3) 对于每个窗口  $W_i$ :

(a) 设窗口内导体数目为  $n_i$ , 将它们划分成  $m_i$  根细丝, 计算细丝间的部分电感和细丝电阻. 得到方程(7)中的矩阵  $\hat{R}$  和  $\hat{L}$ , 以及网孔矩阵  $M$ .

(b) 将导体  $i$  对应的元素设为  $j\omega$ , 其他元素为 0, 这样构造出的  $n_i$  维向量即为  $V - RI$  的取值.

(c) 根据式(19)形成维度为  $m_i + n_i$  的压缩线性方程组.

(d) 根据  $m_i + n_i$  的取值大小, 选择用 LU 分解求解方程(19)或用 GMRES 求解方程(20), 得到解向量  $\hat{I}_{re}$ .

(e) 利用公式  $I = M\hat{U}_n$  计算出当前窗口的导体电流分布, 其值即为要求的耦合  $K$  参数, 将其赋值给全局矩阵  $K_{asym}$  的第  $i$  列, 即导体  $i$  对应的列。

(f) 根据公式(23)计算出电阻  $R_{ii}$ 。

(4) 将  $K$  矩阵对称化,  $K = \frac{1}{2} \cdot (K_{asym} + K_{asym}^T)$ 。

## 5 数值实验结果

本文算法实现在名为 DRRE(Direct Reluctance and Resistance Extractor)的程序中, 该程序考虑了高频效应, 可用于计算复杂三维结构的高频  $K$  参数与电阻。下面通过几个算例将其与著名的三维电感电阻提取软件 FastHenry 进行比较, 所有实验均在 Sun Ultra V880 服务器(主频 750MHz)上进行。

第一个例子是一个片上互连结构, 含 300 根平行放置的铜导体。每根导体的宽和高均为  $1.0\mu\text{m}$ , 其长度随机生成、互不相同。第二个和第三个例子是实际工业中的封装结构, 从 FastHenry 网站上得到。第二个例子(如图 2)是有 30 个管脚的结构, 由 260 根导体组成。第三个例子(如图 3)是一个有 35 根管脚组成的结构, 有 175 个导体。在实验中, 信号频率均设为 10GHz。在三个例子中, 分别将每根导体划分为  $2 \times 2$ 、 $3 \times 3$  和  $3 \times 5$  根细丝。

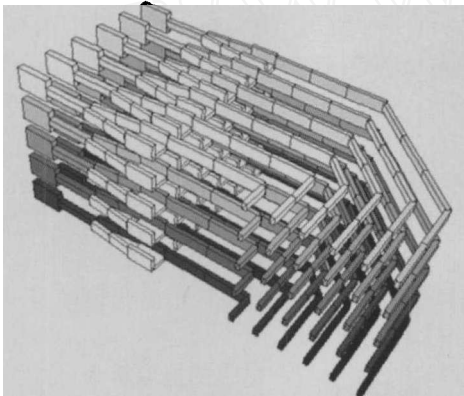


图 2 实际工艺中有 30 个管脚的结构

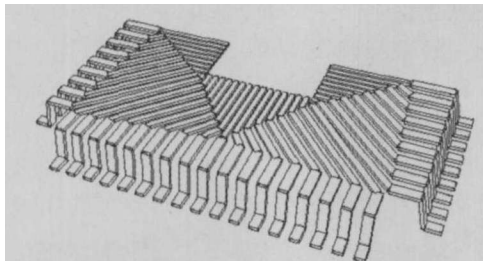


图 3 实际工艺中有 35 个管脚的封装结构

表 1 列出了本文算法与 FastHenry 在计算时间方面的比较。“未压缩”一栏是通过 GMRES 求解方程(15)来提取  $K$  参数的时间, “压缩后”一栏是采用 3.2 节的方程压缩技术, 以及方程直接解法后的  $K$  参数提取时间, “改进求解”一栏是采用 3.2 节提出的改进方程求解算

法后的  $K$  参数提取时间。从这三栏数据可以看出, 本文提出的方程压缩算法、系数矩阵放缩的 GMRES 算法有明显提高了计算效率。此外, 实验结果还表明采用这两种技术对计算结果的精度没有影响。

由于计算频变电阻仅增加  $N$  次除法操作(公式(23)), 其时间近似为零, 表 1 中“改进求解”一栏的时间与整个  $K$  参数和电阻提取的时间完全一致。表 1 显示, 与 FastHenry 相比(它采用相同的细丝划分计算频变电感和电阻), DRRE 总计算时间的加速比为几十甚至几百。由于  $K$  参数电感建模的主要优点是提高电路模拟效率, 可以预计在得到  $K$  参数后使用可处理  $K$  参数的电路模拟算法<sup>[5,9]</sup>, 其模拟时间将比对 FastHenry 得到的电感矩阵进行电路模拟快得多。

表 1 DRRE 和 FastHenry 计算时间的比较(单位:秒)

|     | DRRE   |        |       |     | FastHenry |
|-----|--------|--------|-------|-----|-----------|
|     | 未压缩    | 压缩后    | 改进求解  | 加速比 |           |
| 例 1 | 19.88  | 9.18   | 8.73  | 98  | 855.2     |
| 例 2 | 14.27  | 9.83   | 9.67  | 584 | 5650.2    |
| 例 3 | 143.84 | 122.51 | 98.98 | 59  | 5796.3    |

为说明本文算法的准确性, 将 DRRE 得出的  $K$  参数矩阵求逆后得到部分电感矩阵, 然后将它与 FastHenry 的结果进行比较。以 FastHenry 的结果为标准, DRRE 计算的回路电感和电阻的误差分布如表 2 所示。这里“回路电感”是指任意两根导体构成回路的电感值(可由部分电感简单计算得到), 由于回路电感的结果对实际的电路模拟更为重要, 因此这里列出了它的误差分布。从表 2 可以看出, 由本文方法得到的回路电感的误差大多数在 6% 以内, 而电阻计算的误差均在 3% 以内。

表 2 DRRE 算法计算回路电感和电阻的误差(与 FastHenry 比较)

|     | 回路电感误差分布 |        |        |         |          |       | 电阻误差分布 |
|-----|----------|--------|--------|---------|----------|-------|--------|
|     | < 3%     | 3 - 6% | 6 - 9% | 9 - 12% | 12 - 15% | > 15% | < 3%   |
| 例 1 | 95.5%    | 4.2%   | 0.3%   | 0.0%    | 0.0%     | 0.0%  | 100%   |
| 例 2 | 46.5%    | 26.3%  | 12.4%  | 6.8%    | 2.5%     | 5.5%  | 100%   |
| 例 3 | 72.7%    | 20.7%  | 5.7%   | 0.8%    | 0.1%     | 0.0%  | 100%   |

## 6 结论

本文提出了一种有效的直接提取频变  $K$  参数矩阵和频变电阻的算法, 该算法考虑高频效应, 采用有效的窗口技术。在每个导体窗口中, 根据  $K$  参数的定义, 只进行一次偏压设置即可求出一列  $K$  耦合参数, 而提出的方程压缩、系数矩阵缩放等算法大大提高了细丝电路方程的求解效率。此外, 在提取出  $K$  参数的基础上, 还可方便地提取频变电阻。数值实验结果表明, 本文算法比著名的 FastHenry 软件快几十至几百倍, 同时保持高的计算精度。

## 参考文献:

- [1] M W Beattie, L T Pileggi. Inductance 101: modeling and extraction[A]. Proc Design Automation Conference[C]. Las Vegas, Nevada, USA, 2001. 323 - 328.
- [2] A E Ruehli. Inductance calculation in a complex integrated circuit environment[J]. IBM Journal of Research and Development, 1972, 16(16): 470 - 481.
- [3] Z He, M Celik, L T Pileggi. Spic: Sparse partial inductance extraction[A]. Proc. Design Automation Conference[C]. Anaheim, California, 1997. 137 - 140.
- [4] A Devgan, H Ji, W Dai. How to efficiently capture on-chip inductance effects: Introducing a new circuit element  $K$ [A]. Proc. IEEE International Conference on CAD[C]. San Jose, California, USA. 2000. 150 - 155.
- [5] H Ji, A Devgan, W Dai. KSim: A stable and efficient RKC simulator for capturing on-chip inductance effect[C]. Yokohama, Japan, Proc. ASP-DAC, 2001. 379 - 384.
- [6] Y Du, W Dai. Partial reluctance based circuit simulation is efficient and stable[A]. in Proc Asia and South Pacific Design Automation Conference[C]. Shanghai, China, 2005. 483 - 488.
- [7] C Luk, T H Chen, C P Chen. Frequency-dependent reluctance extraction[A]. in Proc Asia and South Pacific Design Automation Conference[C]. Yokohama, Japan, 2004. 793 - 798.
- [8] 魏洪川, 喻文健, 杨柳, 王泽毅. 基于  $K$  参数思想的快速三维互连电感电阻提取算法[J]. 电子学报, 2005, 33(8): 1365 - 1369.
- Wei H., Yu W, Yang L, et al. Fast Inductance and Resistance Extraction of 3-D VLSI interconnects based on the method of  $K$  element[J]. ACTA Electronica Sinica, 2005, 33(8): 1365 - 1369. (in Chinese)
- [9] T-H Chen, C Luk, H Kim, et al. INDUCTWISE: Inductance-wise interconnect simulator and extractor[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2003, 22(7): 884 - 894.
- [10] M Kamon, M J Tsuk, J White. FASTHENRY: A multipole-accelerated 3D inductance extraction program[J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 1994, 42(9): 1750 - 1758.
- [11] Y Saad, M H Schultz. GMRES: a Generalized Minimal Residual Algorithm for solving nonsymmetrical linear systems[J]. SIAM J Sci Stat Comput, 1986, (7): 856 - 869.
- [12] M Beattie, L T. Pileggi. Efficient inductance extraction via windowing[A]. Proc Design Automation and Test in Europe[C]. Le Palais des Congrès, Paris, France, 2001: 430 - 436.

## 作者简介:



曾 嫻 女, 1982 年生于四川成都, 博士研究生。现从事互连寄生参数提取算法方面的研究。E-mail: cengs04@mails.tsinghua.edu.cn



喻文健 男, 1977 年生于江西南昌, 博士, 助理研究员。现从事 VLSI 互连寄生参数提取、三维边界元快速算法与应用、互连线建模与分析等方面研究。