

# 三维 VLSI 互连寄生电容提取的研究进展

喻文健 王泽毅

(清华大学计算机科学与技术系 北京 100084)

**摘要** 随着 VLSI 电路集成密度急剧增长及特征尺寸不断缩小,互连寄生参数提取已成为集成电路辅助设计中的一个研究热点.目前,三维互连寄生电容提取的研究得到广泛关注,并取得了很大进展.针对这一热点,结合作者的研究工作,对三维电容提取方法进行综述,详细阐述国内外的相关研究进展情况.重点介绍间接、直接边界元方法,以及维度缩减技术和区域分解法等半解析方法.

**关键词** VLSI;互连寄生参数;电容提取;数值算法  
**中图法分类号** TN47

## Research Progress on 3-D VLSI Parasitic Capacitance Extraction

Yu Wenjian Wang Zeyi

(Department of Computer Science & Technology, Tsinghua University, Beijing 100084)

**Abstract** In the deep-submicron VLSI circuits, with the feature size scaled down and device density increased, parasitic parameter extraction has become one of the research focuses in the field of electronic design automation. Main methods and technology of 3-D parasitic capacitance extraction are discussed. Corresponding research progress and important results in this field are also presented.

**Key words** VLSI; parasitic parameter; capacitance extraction; numerical method

## 1 引言

在 VLSI 电路中,随着半导体工艺的发展,互连寄生效应对电路性能的影响越来越大.当前,国际上已采用先进的 $0.18 \sim 0.25 \mu\text{m}$ 工艺,使互连线延迟成为影响电路总延迟的关键因素.随着特征尺寸的持续减小,互连线延迟占总延迟的比例将进一步增大.此外,互连寄生效应对电路的串扰、功耗和稳定性也产生严重的影响.准确、快速地分析互连寄生效应已成为一个具有挑战性的重要课题.

互连寄生参数包括电阻、电容及电感等电学参数.20 世纪 70 年代初,IBM 公司 Watson 研究中心最早提出了互连参数提取问题并引起人们关注<sup>[1]</sup>.但直至 90 年代,尤其进入深亚微米工艺以后,对此相

关的算法研究和软件开发才十分活跃.在当前电路工作频率下,寄生电容的提取最受关注,并且其研究成果可应用到寄生电阻、衬底耦合等寄生效应的分析之中.

寄生电容提取的方法大体可分为两类:解析模型法与数值模拟法.解析模型法以理论分析、实验测量或数值模拟的结果为基础,通过插值及曲线拟合等方法得到解析模型公式.它计算速度快,但精度较低,难以准确处理各种复杂三维结构.数值模拟方法通过求解静电场计算寄生电容,并可分为三维、二维和准三维模型.三维模型能真实地反映实际互连结构,结果精度高,已成为寄生电容提取研究的主要方向.

近年来,在电子设计自动化(EDA)领域的两个重要年度会议“DAC”和“ICCAD”上多有三维电容提取的新方法被提出,而在 IEEE Transactions on Micro-

原稿收到日期:2001-10-17;修改稿收到日期:2001-12-31.本课题得到国家“九七三”重点基础研究基金(G1998030411)、国家自然科学基金(69876024)和美国 Synopsys 公司资助.喻文健,男,1977 年生,博士研究生,主要研究方向为三维互连寄生电容提取快速算法、算法稳定性等.王泽毅,男,1940 年生,教授,博士生导师,主要研究方向为 VLSI CAD 中的器件模拟、互连分析及其中的串并行数值方法.

wave Theory and Techniques 和 IEEE Transactions on Computer-Aided Design 等期刊上则可读到更多的相关文章. 很多三维电容提取方法已经商业化, 成为美国硅谷一些 EDA 软件公司的重要产品. 三维电容提取涉及数值分析、数理方程、电磁场理论、计算机科学等多门学科, 近 10 年来发展十分迅速, 很有必要对其现状和进展加以概述.

## 2 寄生电容提取原理

对于包含  $N$  块金属导体的互连结构,  $N \times N$  的电容矩阵  $[C_{ij}]$  与导体的电量、电势满足如下关系式

$$Q_i = \sum_{j=1}^N C_{ij} U_j, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

其中,  $C_{ij}$  是导体  $i, j$  之间的互电容 ( $i \neq j$ ) 或导体  $i$  的自电容 ( $i = j$ );  $Q_i$  是导体  $i$  上的电量,  $U_j$  表示导体  $j$  的电势 (即偏置电压). 电容矩阵的计算: 将导体  $i$  置 1 V 偏压 (称此导体为主导体), 而其它导体 (环境导体) 置 0 V, 可计算出导体  $j$  的感应电荷, 其数值与  $C_{ji}$  ( $j = 1, \dots, N$ ) 相同; 然后, 改变设置 1 V 偏压的导体, 可得任意两导体之间的电容, 即整个电容矩阵.

因此, 求解寄生电容问题的关键是, 求解某种导体偏压情况下的静电场 Laplace 方程  $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} +$

$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ . 其中,  $u$  为待解区域内的电势. 同时, 也可应用变分原理、位势理论及 Green 公式等物理和数学工具导出描述此问题的其他等价形式, 并采用相应有效的数值方法加以求解. 本文第 3 节将详细介绍.

三维电容提取可根据静电场是否达到无穷远边界, 分为无限域模型和有限域模型. 在无限域模型中, 静电场可达到无穷远处. 有限域模型中存在区域外边界, 静电场分布在有限的空间范围之内. 在介质外边界上, 存在自然边界条件, 或称为 Neumann 边界条件  $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ , 即法向电场强度为 0, 表明电场 (电力线) 不会穿越此边界而达到区域之外. 有文献认为, 有限域模型考虑的是从实际版图中截取出的一部分结构, 因此更适用于实际的三维寄生电容提取<sup>[2]</sup>.

当前, 在三维寄生电容提取中, 既有使用有限域模型, 也有采用无限域模型的. 不过, 对同样的导体分布, 采用这两种模型计算出的寄生电容值通常是

不同的. 图 1 所示为一个被无限介质所包围的  $2 \times 2$  交叉导线电容结构. 本文在介绍各种算法时, 将同时指出它们采用的是有限域模型, 还是无限域模型.

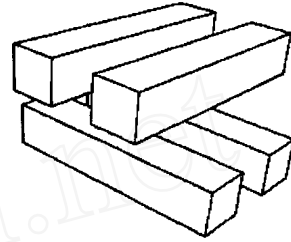


图 1 典型的无限区域  $2 \times 2$  交叉线结构

三维电容提取的数值方法主要可分为区域型方法、边界积分方程方法、半解析方法和随机漫步方法等. 区域型方法包括传统的有限差分法 (FDM)<sup>[3-4]</sup>、有限元法 (FEM)<sup>[5-6]</sup> 和不变性测量方程法 (MED)<sup>[7-9]</sup>; 边界积分方程方法主要是早期的矩量法 (MoM)<sup>[10-11]</sup>、间接边界元法<sup>[2, 12-23]</sup> 和直接边界元法<sup>[24-31]</sup>; 半解析方法是结合了解析公式和传统数值方法的一类新方法<sup>[32-36]</sup>; 而随机漫步方法则基于统计学原理<sup>[37-38]</sup>.

在上述各类方法中, 有限差分法和有限元法需要离散整个三维区域, 变量很多, 导致计算速度受到很大限制. 但它们相对成熟、性能稳定、采用精细网格时结果准确, 仍在工业界使用, 并常用作评价新方法结果的一种参考. 例如, Avant! 公司的 2D/3D 互连分析软件 Raphael 是基于有限差分方法, 而 Ansoft 公司的软件 SpiceLink 则是基于有限元法. 进入 20 世纪 90 年代, 随着边界元法的研究和应用逐渐成熟, 它正取代区域型方法成为电容提取的主要方法. 边界元法只在边界上离散, 使数值计算的维数降低一维, 从而减少了问题的变量和原始信息量; 边界元法能适应包括“外问题”等含复杂边界条件的 Laplace 方程求解, 并且准确性高于有限元法<sup>[39]</sup>, 非常适合当前普遍采用的平面半导体工艺特点, 成为寄生电容提取的重要数值方法.

## 3 三维寄生电容提取算法

下面依次介绍当前各种主要的电容提取算法, 重点介绍它们的基本原理和最新进展.

### 3.1 间接边界元法

间接边界元法是早期矩量法的发展, 它只对区域边界进行离散, 因此变量较少, 但导致一个满系数

矩阵,这给方程的形成和求解带来了很大困难.近年来,多极加速<sup>[12]</sup>、奇异值分解<sup>[13]</sup>、层次式计算<sup>[14]</sup>等多种加速算法的提出,使间接边界元方法有了极大的发展,目前已成为快速三维寄生电容提取的主要方法之一.

在静电场计算中,间接边界元法也称等效电荷法,它以边界表面电荷密度  $\rho(x)$  作为未知函数的间接边界积分方程为出发点:  $u(x) = \int_{S_d(i)} G(x, x') \rho(x') da$ , 其中,  $G(x, x')$  是格林函数,对单介质无限域问题,它采用自由空间格林函数  $G(x, x') = 1/\|x - x'\|$ ;  $S_d(i)$  是边界表面. 解出表面电荷密度  $\rho(x)$  后,第  $i$  块导体上电量为  $Q_i = \int_{S_d(i)} \rho(x) da$ . 其中,  $S_d(i)$  表示导体  $i$  的表面. 假设自由空间中  $m$  个导体的表面被离散为  $n$  个常数单元,则第  $k$  个单元中心点处  $x_k$  的电势可用所有单元上电荷在这点产生电势的总和表示,  $u_k = \sum_{j=1}^n \int_{S_j} \frac{\rho_j(x')}{\|x_k - x'\|} da$ .

其中,  $\rho_j(x)$  是单元  $j$  的表面电荷密度,  $S_j$  为单元  $j$ . 代入边界条件,可得一稠密线性方程组  $Pq = b$ . 其中,系数矩阵  $P$  是稠密、非对称的,可采用 GMRES<sup>[40]</sup> 等 Krylov 子空间迭代法求解.

对于多介质问题,需在介质交界面引入极化电荷密度,使之等效为自由空间问题. 同时须在介质交界面上满足电位移连续方程

$$\frac{\partial u_+(x)}{\partial n_a} = \frac{\partial u_-(x)}{\partial n_a}, \quad x \text{ 介质 } a, b \text{ 的交界面} \quad (1)$$

其中,  $\epsilon_a, \epsilon_b$  是介质  $a, b$  的介电常数. 式(1)表明介质交界面两侧法向电场强度满足的比例关系.

介质交界面的引入,增加了变量的数目. 有些文献因此构造了分层介质格林函数,以替代自由空间格林函数,并可仍只采用导体表面的电荷密度作为未知函数. 文献[15]推导了平面分层结构的格林函数,文献[16]首次提出通用于任意开或闭区域的多层介质结构的静态格林函数解析公式,而文献[17]则提出一种有效生成格林函数的方法. 多介质格林函数公式比自由空间格林函数复杂很多,目前一般只应用于简单平面分层介质结构,对于介质嵌套、保形介质等非平面复杂结构还很难得到实际应用.

1991年, Nabors 等将多极加速算法应用到间接边界元电容提取中,大大加速了电容提取的计算速度<sup>[12]</sup>,此后加速方程形成和求解的方法不断出现.

多极加速方法将电场计算区分为近场和远场两部分,近场用通常采用直接计算方法,而远场则用多极展开和局部展开近似计算,使方程的形成和求解得到加速. 图2所示为多极展开示意图. Nabors 等在后续改进工作中采用了自适应、预条件多极加速算法,使之能处理多介质无限域问题<sup>[18-19]</sup>,该方法被称为快速多极加速方法(FMM),相应的软件 FastCap 在因特网上共享,成为很多新算法用作比较的对象. 1996年,王泽毅等改进了 Nabors 等使用的计算模型,使之能处理有限域问题,并实现了基于非均匀立方体划分的并行多极加速计算<sup>[2]</sup>. 目前,多极加速间接边界元计算的研究仍在继续<sup>[20]</sup>.

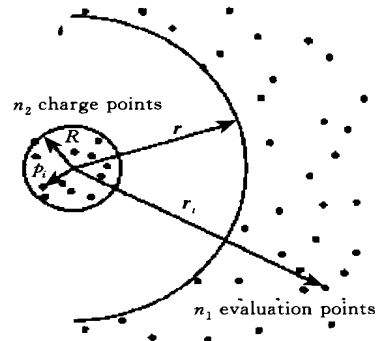


图2 多极展开示意图

1998年出现了层次式加速电容提取算法<sup>[14]</sup>,它和多极加速算法的提出一样,都源于快速求解“N体问题”,对  $1/\|x - x'\|$  一类积分核有很好的加速效果,每次迭代只需  $O(N)$  次操作. 而对于其它弱奇异的积分核,加速计算效果则大大减弱,并且对于含有限域的实际问题较难处理<sup>[22]</sup>. 1997年 Kapur 等提出了基于奇异值分解(SVD)的加速算法<sup>[13]</sup>,它独立于积分核并基于脉冲基函数的 Galerkin 离散化方法,但通常需要  $O(N)$  次操作构造矩阵,  $O(N \log N)$  次操作完成一步迭代. 预矫正的 FFT 算法<sup>[21]</sup>也有类似计算效率,它基于点配置的离散方法.

近两年又出现了基于小波变换的加速方法<sup>[22]</sup>,在原理上与之相似的还有 Multiscale 方法<sup>[23]</sup>. 文献[22]在使用小波分析技术中,避免计算导体上每个单元的电荷密度,直接计算整个导体或整个表面的总电量,使电容提取大大加速. 采用此方法,矩阵形成和每次迭代求解都只需  $O(N)$  次操作.

### 3.2 直接边界元法

直接边界元方法以直接边界积分方程为基础,非常适合于求解带各类边界条件的三维 Laplace 方程<sup>[41]</sup>. 在三维电容提取中,对有限域单介质 ( $M = 1$ ) 或多介质结构(如图3所示),电势  $u$  满足如下带混

合边界条件的 Laplace 方程<sup>[28]</sup>

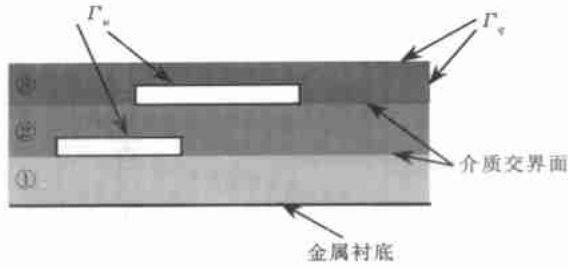


图 3 一个三层介质寄生电容器截面图

$$\begin{cases} \nabla^2 u = 0, & \text{在 } \Omega_i (i = 1, \dots, M) \text{ 中} \\ u = u_0, & \text{在 } \Gamma_s \text{ 上} \\ q = \partial u / \partial n = q_0 = 0, & \text{在 } \Gamma_q \text{ 上} \end{cases} \quad (2)$$

其中,有限域  $\Omega = \bigcup_{i=1}^M \Omega_i$ ,  $\Omega_i$  表示第  $i$  个介质占据的空间区域;  $\Gamma_s$  是强加边界(导体表面),其上电势  $u$  已知;  $\Gamma_q$  是自然边界(模拟区域边界),其上法向电场强度  $q$  为 0,  $n$  是边界单位外法向. 在介质交界面上满足电势与电位移连续性方程(1).

应用格林公式及基本解性质,式(2)中的 Laplace 方程可转化为如下直接边界积分方程<sup>[41]</sup>

$$c_s u_s^i + \int_{\partial \Omega_i} q^* u^i d\Omega = \int_{\partial \Omega_i} u^* q^i d\Omega, \quad (i = 1, \dots, M).$$

其中,  $u_s^i$  是介质  $i$  中源点  $s$  的电势,  $c_s$  是与源点附近边界几何形状有关的常数.  $u^* = 1/4r$  是 Laplace 方程基本解,其沿单位外法向  $n$  的方向导数  $q^* = \partial u^* / \partial n = -(\mathbf{r}, \mathbf{n})/4r^3$ ,  $r$  为源点到积分点的距离,  $\partial \Omega_i$  是包围介质  $i$  的边界.

采用与间接边界元法相同的离散方法,可得一线性方程组<sup>[42]</sup>

$$Ax = f \quad (3)$$

最后,采用带预条件的 GMRES 等迭代法求解式(3),可得到导体表面的法向电场强度<sup>[24]</sup>.

直接边界元法求解电势和法向电场强度两个变量,需要处理两类积分核及三类边界表面,与间接边界元法相比,增加了一定的困难与复杂性,但若干有别于间接边界元计算的特点也十分显著:(1)由于包含电势和法向电场强度两个变量,它非常便于有限域多介质的电容提取;(2)直接边界元法具有局部化性质,即仅在含于同一介质中的变量间存在直接相互作用,这使得对多介质问题生成的离散化线性方程组具有稀疏的系数矩阵.直接边界元计算的难点在于大量边界上的奇异、近奇异积分的处理,以及大

规模线性方程组的形成与求解<sup>[42]</sup>.李毅等继续了 Fukuda 等<sup>[24]</sup>直接边界元电容提取研究,并由二维分析发展到三维复杂多介质结构的分析<sup>[25]</sup>.古江春等提出了解析、半解析的积分方法,较好地解决了平面工艺条件下近奇异积分的准确计算问题<sup>[26]</sup>.1996年,Bachtold 等推导了电场强度多极展开公式,将多极加速算法用于加速直接边界元电容计算<sup>[27]</sup>,其讨论的主要是无限域多介质电容模型.1999年,Gu 等发展了 Shi 等<sup>[14]</sup>的层次式加速方法,使之能处理两类积分核及三类边界表面,并用于直接边界元电容提取<sup>[28]</sup>.2000年,Wang 等提出了虚拟多介质(QMM)加速方法<sup>[29]</sup>,它基于直接边界元法的局部性特点,充分利用多介质直接边界元计算中系数矩阵的稀疏性,并结合有效的方程组织方法和迭代求解技术,大大减少了寄生电容提取的求解时间和内存用量.

图 4 显示了一个典型的 5 层介质电容器被切割为  $3 \times 2$  的虚拟多介质结构,目前虚拟多介质方法已应用于实际的多介质寄生电容提取中<sup>[30]</sup>.

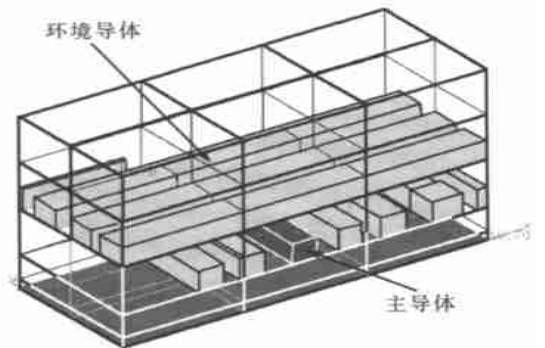


图 4 一个典型 5 层介质电容器被切割为  $3 \times 2$  的虚拟多介质结构

### 3.3 半解析方法

半解析方法是近几年出现的一类方法,它们首先要将求解区域进行分解,然后根据结构特点采用最有效的方法求解各子区域.由于某些几何结构规则的子区域可利用解析公式进行分析,此类方法有较快的速度,所需的内存也远少于其它算法.目前,在求解结构复杂的子区域时一般采用有限差分法,因此该方法也被认为是有限差分法的改进<sup>[23]</sup>.

在已发表的半解析方法中,Hong 等提出的维度缩减技术(DRT)<sup>[32]</sup>很有特色,其它主要是基于区域分解方法(DDM)的电容提取算法<sup>[33-36]</sup>.

#### 3.3.1 维度缩减技术

DRT 方法适用于求解有限域多介质电容.寄生电容结构通常是介质垂直分层,且各层结构沿  $z$  方

向形状保持一致(如图 5 所示). DRT 方法即利用此特点,沿介质界面将寄生电容器切成一层层单介质薄片,并分别采用最有效的方法分析各层薄片,最后将它们合并起来求解,简单介绍如下.

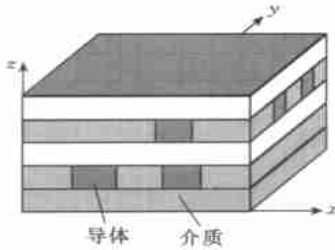


图 5 DRT 方法中考虑的多介质电容器

设在每层单介质子区域中,要求解方程式(2)描述的有限域问题.对介质层  $i$ ,记  $W^{(i)}(x, y, V_c)$  为关于  $x, y$  和各导体所加偏压(用  $V_c$  表示)的线性函数,并设域中电势  $u^{(i)} = v^{(i)} + W^{(i)}(x, y, V_c)$ ,如果线性函数  $W^{(i)}(x, y, V_c)$  存在,并使函数  $v^{(i)}$  满足

$$\begin{cases} \nabla^2 v^{(i)}(x, y, z) = 0 \\ v^{(i)}(x, y, z) = 0, & (x, y) \in \Gamma_u^{(i)} \\ \partial v^{(i)}(x, y, z) / \partial n = 0, & (x, y) \in \Gamma_q^{(i)} \end{cases}$$

那么,使用分离变量法可找到  $v^{(i)}$  的通解<sup>[32]</sup> 为  $v^{(i)}(x, y, z) = \sum_{m=1} T_m^{(i)}(x, y) L_m^{(i)}(z)$ . 其中,  $T_m^{(i)}$  称为模函数,满足 Helmholtz 方程,而  $L_m^{(i)}$  则可解析求出<sup>[32]</sup>. 根据各层介质中金属线分布的特点和上述分析,可将介质层分为三类:(1)空介质层(不含导体)和只含一些简单结构(如贯穿的平行直导线)的介质层,于其中能找到线性函数  $W$ ,且得到的 Helmholtz 方程存在解析解;(2)能找到线性函数  $W$  的介质层,则相应的三维问题可化为二维 Helmholtz 方程求解;(3)结构复杂的一般介质层,找不到  $W$  函数,仍需使用三维有限差分法求解,但由于其几何结构沿  $z$  方向一致也只需进行二维网格划分.

可以看出,DRT 方法的缺点是仅能处理平面分层、直上直下的简单多介质互连结构,而对复杂结构则退化为有限差分法求解,效率很低.

### 3.3.2 区域分解法

区域分解方法是一种重要的数学方法,它又可分为重叠的区域分解方法(Schwarz 交替法)和不重叠的区域分解方法(D-N 交替法).重叠的区域分解法将区域分解为若干个重叠的子区域,然后使用整体的迭代法求解,其原理如下<sup>[33]</sup>:

考虑一个三维有界区域的 Dirichlet 边值问题

$$\begin{cases} \nabla^2 u = 0, & (x, y, z) \in \Omega \\ u|_{\Gamma} = g(x, y, z) \end{cases}$$

假设求解区域  $\Omega$  被分为两个重叠的子区域  $\Omega_1$  和  $\Omega_2$  (如图 6 所示),并记  $\Gamma_j$  和  $\Gamma_j^*$  分别为  $\Omega_j (j=1, 2)$  的边界和虚拟边界,那么 Schwarz 交替法可用如下迭代公式表示:

$$\begin{cases} \nabla^2 u_1^{i+1} = 0, & (x, y, z) \in \Omega_1 \\ u_1^{i+1} = u_2^i, & (x, y, z) \in \Gamma_1^* \\ u_1^{i+1} = g(x, y, z), & (x, y, z) \in \Gamma_1 \\ \nabla^2 u_2^{i+1} = 0, & (x, y, z) \in \Omega_2 \\ u_2^{i+1} = u_1^{i+1}, & (x, y, z) \in \Gamma_2^* \\ u_2^{i+1} = g(x, y, z), & (x, y, z) \in \Gamma_2 \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

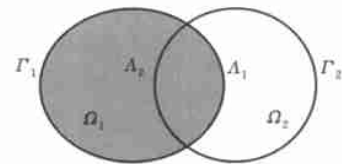


图 6 两个重叠的子区域

其中,  $u^0$  是迭代初值.在每个迭代步中,首先使用  $\Omega_1$  上  $u$  的值求解子区域  $\Omega_1$  的场分布,然后利用结果中  $\Omega_2$  上的  $u$  值求解区域  $\Omega_2$  的场分布.通过比较相邻两迭代步中  $\Omega_1$  上的  $u$  值,可控制迭代的收敛.引入松弛因子,可得松弛的 Schwarz 交替法,它有较快的收敛速度,相应的公式略.重叠区域的大小影响 Schwarz 交替法的收敛快慢,通常重叠区域占总区域的比例越大,收敛越快.上述分解为两个子区域的公式很容易推广到多个子区域的情况.在迭代的每一步求解单介质问题时可以采用与 DRT 方法一样的分析,得到较高的求解效率.在寄生电容提取的实际应用中,需要考虑的问题还包括多子区域迭代顺序和松弛因子的选择.图 7 所示为一个含 9 层介质的寄生电容器的侧面图,并表示了子区域的分割情况.

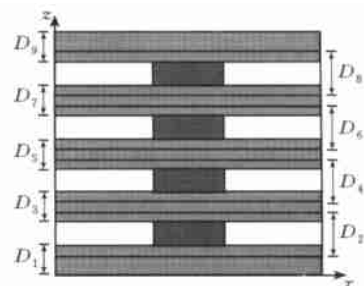


图 7 一个多介质电容结构分解为 9 个重叠的子区域(侧面图)

不重叠的区域分解法又称 D-N 交替法,是将区域分解为若干个不重叠的子区域,使用的迭代公式类似于 Schwarz 交替法,区别在于相邻子区域求解的问题分别含 Dirichlet 边界条件和 Neumann 边界条件.使用重叠的区域分解法时,子区域的变量数目较多,且在进行区域离散化时必须进行三维的网格划分.而不重叠的区域分解法子区域变量相对较少,且由于各子区域内导体沿  $z$  方向“穿透”介质,进行区域离散化时只需进行二维的网格划分,但其迭代收敛的性能一般较前者差些<sup>[34]</sup>.

基于区域分解法电容提取的研究仍在继续<sup>[35-36]</sup>, Veremey 等在 1999 年发表的文章中将有限差分、PML (Perfectly Matched Layer) 方法和重叠的区域分解法三者结合,用于计算无限域的多线网互连电容<sup>[35]</sup>, 2000 年他们又利用“旋转”技术增强了其处理复杂结构的能力,使之能处理含非正交导线的结构<sup>[36]</sup>.

### 3.4 其它重要方法

除了以上介绍的方法外,三维电容提取还包括源于有限差分法的 MEI 方法<sup>[7-9]</sup>,随机漫步方法<sup>[37-38]</sup>以及新近出现的第二类 Fredholm 积分方程方法<sup>[43]</sup>.MEI 方法是有限差分法的改进,它通过选取较小的截断区域并在其边界上使用不变性测量方程以减少总体变量数,主要应用于求解无限域电容模型.近年提出的几何独立 MEI<sup>[8]</sup>、表面 MEI<sup>[9]</sup>等新算法显示了该方法很好的研究前景.随机漫步方法基于统计学原理,能很好地处理复杂的三维结构,该方法最新的进展见 2000 年发表的文献<sup>[38]</sup>.1999 年,文献<sup>[43]</sup>提出了一种新的使用第二类 Fredholm 积分方程的电容提取算法,该算法完全不同于以往的各种积分方程方法,但此方法还不太成熟,有待进一步发展.

## 4 结论与展望

本文对三维电容提取方法的研究现状做了较全面的介绍,对它们适应的数学物理模型及优缺点进行了说明.当前,间接边界元法、直接边界元法、半解析方法、MEI 方法和随机漫步法是最受关注的几类电容提取方法.随着半导体工艺技术的进一步快速发展,我们预计三维电容提取研究将向以下几个方面发展:

(1) 进一步提高计算速度.三维电容提取的数值算法比解析模型法更准确、更能适应复杂结构,但

缺点是速度较慢.目前多种加速算法的提出已大大改善了三维电容提取方法的应用前景,使之有可能应用到全路径、全芯片的电容提取中<sup>[44]</sup>.随着电路规模的增大、片上系统(SOC)的提出,对速度的强烈要求仍将继续.此外,在研究新算法的同时,考虑结合已有的不同算法以期得到更大加速,会是一条可行途径.

(2) 速度与精度的平衡.目前的三维电容提取方法基本上都不能灵活地控制速度与精度的平衡<sup>[45]</sup>,计算误差的先验与后验估计仍是艰难的问题.因此,今后要加强三维电容提取方法的误差估计和离散化方法研究,使其能灵活地控制精度和速度,以适应各种应用的需要.自适应计算和稳定的边界元网格划分是今后研究的重要方向.

(3) 适应复杂结构和有限及无限域两种模型.由于半导体工艺的发展,需要三维电容提取方法能处理不断出现的新复杂结构.另外,有限域和无限域的电容模型仍将共同存在于研究与工业应用中,能有效地处理这两种电容模型的方法将值得人们关注.

## 参 考 文 献

- [1] A E Ruehli, P A Brennan. Efficient capacitance calculations for three-dimensional multiconductor systems[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1973, MTT-21(2): 76 ~ 82
- [2] Zeyi Wang, Yanhong Yuan, Qiming Wu. A parallel multipole accelerated 3-D capacitance simulator based on an improved model[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1996, 15(12): 1441 ~ 1450
- [3] A Seidl, M Swoboda, et al. CAPCAL-A 3D capacitance solver for support of CAD systems[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1988, 7(5): 549 ~ 556
- [4] A H Zemanian, R P Tewarson. Three dimensional capacitance computations for VLSI/ULSI interconnections[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1989, 8(12): 1319 ~ 1326
- [5] G I Costache. Finite element method applied to skin-effect problems in strip transmission lines[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1987, MTT-35(11): 1009 ~ 1013
- [6] T Chou, Z J Cendes. Capacitance calculation of IC packages using the finite element method and planes of symmetry[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1994, 13(9): 1159 ~ 1166
- [7] K K Mei, R Fous, et al. Measured equation of invariance: A new concept in field computations[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1994, 42(3): 320 ~ 327

- [8] W Sun, W W Dai, W Hong. Fast parameter extraction of general interconnects using geometry independent measured equation of invariance[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1997, 45(5): 827 ~ 835
- [9] Y W Liu, K Lan, K K Mei. Computation of capacitance matrix for integrated circuit interconnects using on-surface MEI method[J]. IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 1999, 9(8): 303 ~ 304
- [10] R F Harrington. Field Computation by Moment Methods[M]. New York: MacMillan, 1968
- [11] W Cao, R F Harrington, *et al.* Multiconductor transmission lines in multilayered dielectric media[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1984, MTT-32(4): 439 ~ 450
- [12] K Nabors, J White. FastCap: A multipole accelerated 3-D capacitance extraction program[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1991, 10(11): 1447 ~ 1459
- [13] S Kapur, D Long. IES<sup>3</sup>: A fast integral equation solver for efficient 3-dimensional extraction[A]. In: Proceedings of International Conference on Computer Aided Design, San Jose, California, 1997. 448 ~ 455
- [14] W Shi, J Liu, *et al.* A fast hierarchical algorithm for 3-D capacitance extraction[A]. In: Proceedings of Design Automation Conference, San Francisco, California, 1998. 212 ~ 217
- [15] K S Osh, D Kuznetsov, J E Schutt-Aine. Capacitance computations in a multilayered dielectric medium using closed-form spatial Green's functions[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1994, 42(8): 1443 ~ 1453
- [16] K Li, K Atsuki, T Hasegawa. General analytical solution of static green's functions for shielded and open arbitrarily multilayered media[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1997, 45(1): 2 ~ 8
- [17] J Zhao, W W M Dai, *et al.* Efficient three-dimensional extraction based on static and full-wave layered Green's functions[A]. In: Proceedings of Design Automation Conference, San Francisco, California, 1998. 224 ~ 229
- [18] K Nabors, S Kim, J White. Fast capacitance extraction of general three-dimensional structures[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1992, 40(7): 1496 ~ 1505
- [19] K Nabors, J White. Multipole-accelerated capacitance extraction algorithms for 3-D structures with multiple dielectrics[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1992, 39(11): 946 ~ 954
- [20] Y C Pan, W C Chew, L X Wan. A fast multipole-method-based calculation of the capacitance matrix for multiple conductors above stratified dielectric media[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2001, 49(3): 480 ~ 490
- [21] J R Phillips, J K White. A precorrected FFT method for electrostatic analysis of complicated 3-D structures[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1997, 16(10): 1059 ~ 1072
- [22] N Soveiko, M S Nakhla. Efficient capacitance extraction computations in wavelet domain[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2000, 47(5): 684 ~ 701
- [23] J Tausch, J White. A multiscale method for fast capacitance extraction[A]. In: Proceedings of Design Automation Conference, New Orleans, 1999. 537 ~ 542
- [24] S Fukuda, N Shigyo, *et al.* A ULSI 2-D capacitance simulator for complex structures based on actual processes[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1990, 9(1): 39 ~ 47
- [25] Li Yi, Wang Zeyi, Hou Jinsong. Simulation of the parasitic interconnect capacitance in the DRAM with the stacked structures[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(11): 29 ~ 31 (in Chinese)  
(李毅, 王泽毅, 侯劲松. 动态随机存储器中堆叠电容器结构的互连寄生电容模拟[J]. 电子学报, 2000, 28(11): 29 ~ 31)
- [26] Gu Jiangchun, Wang Zeyi, Hong Xianlong. Semianalytical integration approach in 3-D parasitic capacitance computation with BEM[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(5): 127 ~ 129 (in Chinese)  
(古江春, 王泽毅, 洪先龙. 三维寄生电容边界元计算的半解析积分方法[J]. 电子学报, 2000, 28(5): 127 ~ 129)
- [27] M Bachtold, J G Korvink, H Baltes. Enhanced multipole acceleration technique for the solution of large position computations[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1996, 15(12): 1541 ~ 1546
- [28] J Gu, Z Wang, X Hong. Hierarchical computation of 3-D interconnect capacitance using direct boundary element method[A]. In: Proceedings of IEEE Asia South Pacific Design Automation Conference, Japan, 2000. 447 ~ 452
- [29] Zeyi Wang, Wenjian Yu. A fast quasi-multiple medium algorithm for 3-D interconnect capacitance calculation[A]. In: Proceedings of IF-IP 16th World Computer Congress 2000, Beijing, 2000. 223 ~ 230
- [30] Wenjian Yu, Zeyi Wang. An efficient quasi-multiple medium algorithm for the capacitance extraction of actual 3-D VLSI interconnects[A]. In: Proceedings of IEEE Asia South Pacific Design Automation Conference, Yokohama, Japan, 2001. 366 ~ 371
- [31] Hou Jinsong. Hierarchical *h*-adaptive boundary element computation of 3-D VLSI parasitic capacitance[D]. Beijing: Tsinghua University, 1999 (in Chinese)  
(侯劲松. 超大规模集成电路三维寄生电容的层次 *h*-自适应边界元算法研究[博士学位论文]. 北京: 清华大学, 1999)
- [32] W Hong, W Sun, *et al.* A novel dimension-reduction technique for the capacitance extraction of 3-D VLSI interconnects[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1998, 46(8): 1037 ~ 1043
- [33] Z Zhu, H Ji, W Hong. An efficient algorithm for the parameter extraction of 3-D interconnect structures in the VLSI circuits: Domain-decomposition method[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1997, 45(7): 1179 ~ 1184
- [34] Z Zhu, W Hong. A generalized algorithm for the capacitance extraction of 3-D VLSI interconnects[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1999, 47(10): 2027 ~ 2030
- [35] V V Veremey, R Mittra. Efficient computation of interconnect capacitances using the domain decomposition approach[J]. IEEE Transactions on Advanced Packaging, 1999, 22(3): 348 ~ 355

- [36] V V Veremey, R Mitra. Domain decomposition approach for capacitance computation of nonorthogonal interconnect structures[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2000, 48(9): 1428 ~ 1434
- [37] Y L Le Coz, R B Iverson. A stochastic algorithm for high speed capacitance extraction in integrated circuits[J]. Solid-State Electronics, 1992, 35(7): 1005 ~ 1012
- [38] A Brambilla, P Maffezzoni. A statistical algorithm for 3D capacitance extraction[J]. IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 2000, 10(8): 304 ~ 306
- [39] Zhu Jialin. The Boundary Element Analysis for the Elliptical Boundary Value Problems[M]. Beijing: Science Press, 1991 (in Chinese) (祝家麟. 椭圆边值问题的边界元分析[M]. 北京: 科学出版社, 1991)
- [40] Y Saad, M H Schultz. GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems[J]. SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing, 1986, 7(3): 856 ~ 869
- [41] C A Brebbia. The Boundary Element Method for Engineers [M]. London: Pentech Press, 1978
- [42] J H Kane. Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1994
- [43] H H Pham, A Nathan. An integral equation of the second kind for computation of capacitance[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1999, 18(10): 1435 ~ 1441
- [44] M Bachtold, M Spasojevic, *et al.* A system for full-chip and critical net parasitic extraction for ULSI interconnects using a fast 3-D field solver[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2000, 19(3): 325 ~ 337
- [45] Mentor Graphics<sup>®</sup> Interconnect parasitic extraction for deep submicron IC design: xCalibre<sup>®</sup> White Paper [OL]. <http://www.mentor.com/dsm/>. 2000